842. D’Amore B. (2014). Illusioni nell’insegnamento-apprendimento della matematica. In: D’Amore B., Sbaragli S. (Editors) (2014). Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica. Atti del Convegno Nazionale “Incontri con la Matematica”, n. 28, Castel San Pietro Terme (Bo), 7-9 novembre 2014, *Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora. 11-18. ISBN: 88-371-1901-1.

Illusioni nell’insegnamento-apprendimento della matematica

Bruno D’Amore

MESCUD, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotà
NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

http://www.incontriconlamatematica.net/sitoufficialebm/index.php
www.dm.unibo.it/rsddm

Abstract. *The world of teaching - learning of mathematics is often subject to fashions, dreams, illusions of finding a panacea for the cognitive success of the students. Although this feature developed mainly in the 70s and 80s, it has never fully subsided and it seems that teachers are always looking for recipes for successful teaching. This article examines this interesting phenomenon and gives reasons to explain why such panaceas cannot exist.*

1. Premessa

«Se ci fosse un modo sicuro per fare i soldi, lo applicherei».
«Se esistesse un rimedio preventivo per ogni malattia, lo userei».
«Se esistesse un modo certo per vincere alla lotteria, giocherei».
Illusioni? Tutti noi, persone razionali, ne siamo convinti.
«Siccome mi hanno detto che il tal metodo è perfetto per far apprendere la matematica ai miei studenti, io lo uso senza remore e con tutta la fiducia».
E qui la razionalità crolla: ogni tanto appare un metodo, un personaggio, un’illusione nuova e trionfa la fame di ricette, di modalità sicure, di panacee.
Inutile ricordare che la ricerca didattica (quella vera, quella scientifica, quella sottoposta a prove e ad analisi critiche incrociate da parte della comunità internazionale) ha dimostrato in più modi e in più riprese che illusioni del genere sono pure fantasie e che non può esistere un metodo sicuro, anzi che dire “*un* metodo” è già dizione di per sé destinata all’insuccesso, perché la scelta di una sola metodologia di insegnamento preclude l’apprendimento in aula, se ci sono più individui destinati ad apprendere.

Costoro continueranno a sperperare soldi correndo dietro a catene di Sant'Antonio, a curarsi avvelenandosi con medicine improvvisate senza controlli, a buttare danaro faticosamente guadagnato in lotterie ed estrazioni assurde sognando il miracolo, …, a insegnare con un metodo senza controlli basandosi solo sul sentito dire e sul bisogno di guaritori e panacee.
Una rassegna storica delle illusioni e delle idee distorte della didattica può essere d'aiuto a superare i fraintendimenti; ma, lo sappiamo già, non servirà ai creduloni acritici, in cerca di facili ricette, i quali certo non sono abituali lettori di questi Atti, anzi di nessun volume di Atti.

2. Idee illusorie

Alcune stolte panacee che hanno indirizzato il complesso processo di insegnamento – apprendimento della matematica sono state basate su idee illusorie.

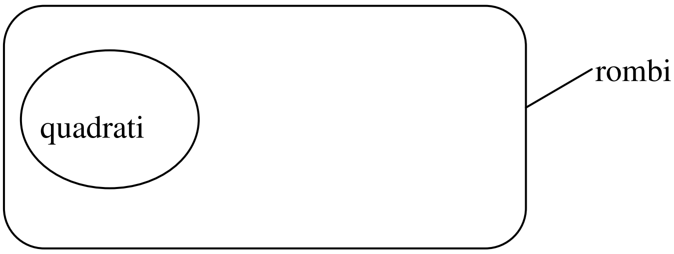
a) La logica

Il sogno. «Insegniamo la logica a tutti, fin dalla scuola dell'infanzia, calcando un po' la mano nella scuola primaria e sviluppandola nella scuola secondaria; i ragazzi apprenderanno le basi stesse della matematica, impareranno a ragionare, a far uso di deduzione, a dimostrare».
Ci siamo caduti tutti, un'illusione che sembrava l'uovo di Colombo; ma poi si sono fatte ricerche opportune e si è visto che questa decisione relativa all'insegnamento complica l'apprendimento; nessun quattordicenne ha mai capito davvero che cosa volesse dire "implicazione materiale" in logica (in particolare: se A è proposizione falsa e B pure è falsa, come diavolo fa A→B ad essere vera?) (D'Amore, 1991).
Si è anche visto, grazie alla ricerca, che gli studenti non riuscivano ad aggrapparsi alla logica per condurre ragionamenti significativi, argomentazioni convincenti, dimostrazioni formalmente ben fondate. Anzi che molti studenti ricorrevano per la dimostrazione spontanea non alla logica a base aristotelica appresa, ma a quella indiana (*nyaya*) (D'Amore, 2005).
Insegnare la logica si è dimostrato errore strategico e metodologico, peggio che tempo perso, azione affettivamente dannosa perché contribuiva ad allontanare sempre più studenti dalla matematica.
Recupero. Il che non vuol dire che non si debba insegnare la logica, se si vuole farlo (in modo adeguato e opportuno); essa è parte della matematica come l'aritmetica o la geometria o la probabilità; bisogna solo convincersi che non risolve alcun problema metadidattico più generale, non è una panacea che conduce da sola alla dimostrazione o, più in generale, all'apprendimento.

b) L'insiemistica

Molte argomentazioni della matematica sono di tipo collettivo, non riguardano cioè gli individui ma le classi; per esempio: tutti i quadrati sono (anche) rombi; il che si può dire: ogni quadrato è un rombo. Esse, come ci ha insegnato

Leonhard Euler, si possono rappresentare con opportuni grafici che illustrano a meraviglia quella che poi è stata chiamata “teoria elementare degli insiemi”. Anzi, come hanno fatto vedere bene i Bourbakisti, la matematica può ridursi a studio di strutture e dunque può essere basata del tutto sulla teoria degli insiemi come linguaggio formale. Su questa strada, d’altra parte, si era già lanciato Felix Klein con le sue definizioni strutturali di geometria che riducono le varie geometrie a gruppi algebrici particolari. Dunque…
Il sogno. «Privilegiamo nelle scuole, a partire dalla scuola dell’infanzia, la teoria degli insiemi, una teoria non eccessivamente formale, e trattiamo quella e solo quella fino a che non sia così radicata nelle conoscenze dello studente da permettergli di inserire in questo contesto logico – linguistico - rappresentativo qualsiasi aspetto della matematica».
E su questo fondamento onirico si fonda l’avventura iniziata negli anni ’70 che portò il nome di *Nuova Matematica* e che si basava quasi del tutto sullo studio di una teoria (che qualcuno chiamava ingenua) degli insiemi.
Ci siamo caduti tutti, sembrava così ragionevole.
Ma poi si assisteva al fenomeno seguente: i bambini imparavano che cosa vuol dire (almeno su esempi particolari) insieme vuoto, insieme universo, intersezione, sottoinsieme, appartenenza ecc., ma non sapevano fare né addizioni né sottrazioni. E qualche insegnante chiedeva giustamente all’esperto: Ma quando potrò fare le addizioni? (Un’analisi critica dell’uso della cosiddetta “insiemistica” in aula già si rintracciava a metà degli anni ’70; si veda D’Amore, 1975).
Le ricerche condotte in tutto il mondo, anche in Italia, mostrarono che si trattava di un sogno, lontano da ogni realtà apprenditiva e la teoria degli insiemi venne così abbandonata in fretta e furia.
Recupero. Il che non significa che non si possa disegnare un grafico nel quale si parli di certi insiemi di oggetti matematici, come il seguente:



Chiunque lo sa interpretare: ogni quadrato è un rombo, ma ci sono dei rombi che non sono quadrati.
Vogliamo dire che non occorre sviluppare una teoria apposta per disegnare un grafico dal significato così banale e intuitivo (Brousseau, D’Amore, 2008).
Né vuol dire che sia bandita la parola “insieme” dal vocabolario scolastico, ma solo che non occorre sviluppare teorie specifiche; e che la parola “insieme” può essere rimpiazzata da “raccolta” o cose simili.

c) I diagrammi di flusso

I diagrammi di flusso sono nati nell'àmbito della rappresentazione grafica per fornire dei modelli visibili di algoritmi, procedure ordinate di qualsiasi tipo, sequenze di operazioni. In inglese si chiamano *flow charts* e hanno avuto un grande sviluppo soprattutto in informatica. Sono state create delle forme convenzionali per indicare la tipologia di oggetto in questione, per esempio rettangoli, rombi, esagoni, parallelogrammi, figure geometriche smussate ecc. Fra queste forme vengono poste delle frecce per indicare l'ordine da seguire nelle sequenze di operazioni o di istruzioni. Si tratta dunque di un caso specifico dei cosiddetti diagrammi a blocchi che servono ad individuare procedure.

Il sogno. «Usiamo i diagrammi di flusso per rappresentare la procedura da seguire per risolvere problemi scolastici, facendo dunque coincidere il ragionamento risolutivo con la sua rappresentazione procedurale. Questo aiuterà i bambini a riflettere sulle procedure e dunque aumenterà la capacità di risolvere i problemi».

Ci sono due punti sui quali riflettere.

C1) Nella risoluzione di un problema, di un qualsiasi problema, c'è un momento creativo, anzi è proprio questo fatto che contraddistingue la risoluzione di un problema, rispetto alla esecuzione di una operazione o alla risoluzione di un esercizio; nessuna rappresentazione grafica, per quanto accurata, di un problema, facilita la capacità di affrontare con successo il momento creativo (strategico, dicono alcuni) da mettere in campo (D'Amore, 1995).

C2) La difficoltà di descrivere il relativo diagramma di flusso è sempre enormemente superiore a quella di risolvere un problema scolastico, a qualsiasi livello di età, specie nelle scuole primarie e medie.

Per cui, alla già ben nota difficoltà degli studenti di risolvere i problemi non si era data una risposta in termini di reale aiuto, ma di ulteriore difficoltà spesso insuperabile. Ogni bambino o ragazzo, intervistato, dichiarava di avere difficoltà con il disegno del diagramma di flusso anche quando avrebbe saputo risolvere il problema senza. Abbiamo registrazioni video (a disposizione di tutti gli interessati) di bambini che asseriscono di saper risolvere il problema ma di non saper disegnare il diagramma di flusso, essi dichiarano però che sanno di doverlo disegnare perché è quel che l'insegnante pretende (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, Sbaragli, 2008; D'Amore, Marazzani, 2011).

Ovvio che, in tutto il mondo, questa illusione è stata abbattuta e il ricorso a questi strumenti è stato totalmente abbandonato (D'Amore, 2014).

Recupero. Il che non vuol dire che non si possano usare sequenze per indicare l'ordine delle operazioni da fare, anzi talvolta è assai utile.

d) La ricerca di algoritmi e ricette per risolvere problemi

Più in generale, sono fallimentari tutti i sogni creati nel tempo come *aiuto sicuro* per far sì che i bambini risolvano problemi scolastici con successo,

grazie a trovate ingenue del tipo: sta attento, leggi bene il testo, leggi bene la domanda, cerchia i dati, sottolinea la domanda, cerca la parolina-chiave che ti aiuta a capire qual è la operazione da fare o il procedimento da seguire, cerca di capire se il numero che devi trovare deve aumentare (e allora si tratta o di addizione o di moltiplicazione) oppure diminuire (e allora …) eccetera.
(Su tutto ciò, si veda: Brousseau, D'Amore, 2008).

e) Il laboratorio di matematica

Negli anni '60 e '70 si è sviluppata l'idea di non limitare l'insegnamento – apprendimento alla sola aula e alla sola teoria, ma di estenderlo al "fare", anche per quanto concerne la matematica. Si trattava di ideare attività manuali nelle quali il concetto matematico da raggiungere veniva modellizzato concretamente e lo studente era invitato da solo o in gruppo ad entrare in un vero e proprio atelier, dotato di strumenti da bricolage, per realizzare manufatti che assolvevano a certi compiti e che erano illustrazioni concrete di idee matematiche.
Il sogno. «Se lo studente fa, costruisce, la matematica della e nella realtà, quel che tale matematica porta con sé costituirà un efficace apprendimento. Vale senza dubbio il celebre motto: Se faccio, capisco».
Si studiarono allora mille attività che realizzassero questo obiettivo che, a prima vista, sembra non riguardare la matematica, di per sé astratta. (Per esempio, Caldelli, D'Amore, 1986; D'Amore, 1990-91).
Il laboratorio, nella nostra concezione, è un luogo diverso dall'aula, dotato di tutti gli strumenti necessari, nel quale c'è un apposito tecnico che aiuta i ragazzi dal punto di vista concreto; nella discussione fra insegnante e allievi, in aula, viene messo in evidenza un problema concettuale matematico, viene interpretato da un punto di vista concreto, si trasforma nel progetto di un manufatto che realizzi certe condizioni e che risolva certi problemi effettivi. Da solo o in gruppo, lo studente, in certi orari, abbandona l'aula e si trasferisce in laboratorio dove il progetto deve essere trasformato in oggetto concreto. Il manufatto finito viene discusso dal gruppo e con il tecnico e poi, superato l'esame, viene portato in aula, proposto all'insegnante e ai compagni di classe dal punto di vista matematico.
I risultati erano considerati eccellenti e dunque il consenso attorno a questa modalità era totale.
Ma, già a metà degli anni '80, le nostre analisi didattiche e le osservazioni empiriche in aula cominciavano a mostrare i limiti di questa metodologia didattica (D'Amore, 1988). Come già più volte abbiamo detto, l'unicità metodologica non può portare, per sua stessa natura, a un successo apprenditivo totale. Nel laboratorio si manifestavano casi di rifiuto della metodologia, per esempio da parte di studenti poco inclini al bricolage; si rilevavano situazioni analoghe a quelle del contratto didattico in aula; una volta costruito l'oggetto – modello, si riscontravano difficoltà a reinterpretarlo

sulla base del problema matematico che l'aveva fatto costruire; e mille altri problemi didattici.
Iniziammo dunque a rivedere questa metodologia didattica, a denunciarne le carenze, a mostrarne i lati deboli. Oggi, il laboratorio di matematica ancora esiste, anche se con mille sfaccettature diverse; per esempio c'è chi non ritiene necessario (come invece è per noi) un luogo diverso dall'aula, ma solo un tempo diverso; c'è chi non ritiene necessario (come invece è per noi) un tecnico che non coincida con l'insegnante (ma allora il contratto didattico a volte prende il sopravvento). Il laboratorio esiste, tanto è vero che si tratta di una eccellente modalità alla quale si fa ancora riferimento. Ma pochi sanno degli studi critici al riguardo e ancora qualcuno pensa al laboratorio come a una panacea, una metodologia del tutto positiva.
Recupero. Continuiamo a credere che pensare a un oggetto matematico astratto dal punto di vista concreto, per illustrare con manufatti idonei certe proprietà, sia tutto sommato positivo; ma riteniamo pure che l'insegnante che reputa di voler sfruttare tale metodologia debba essere reso consapevole dei limiti di essa (D'Amore, Marazzani, 2005).

3. Gli strumenti illusori e alcune affermazioni

Alcune stolte panacee che hanno indirizzato il complesso processo di insegnamento – apprendimento della matematica sono state basate su strumenti illusori. Vediamo solo l'elenco di alcuni di essi.
a) Le reglettes o numeri in colore; b) Gli abaci; c) I blocchi logici; d) In generale, strumenti, strumentini, materiali strutturati già predefiniti; e) Uso della storia della matematica nell'insegnamento della matematica; f) Adozione di curricola o di progetti stranieri.
Il bisogno di ricette uccide la professionalità degli insegnanti.
Nessuno può insegnarti a insegnare, la tua classe è un unicum.
L'uso di una sola metodologia di insegnamento è fallimentare.
Solo la ricerca scientifica valida i risultati.
Le analisi didattiche serie e scientifiche mostrano (talvolta a sorpresa) che certe attività date per scontate nascondono problemi cognitivi.

4. Il nodo centrale: la formazione dei docenti di matematica

Formare insegnanti di matematica di qualsiasi livello scolastico, come abbiamo già detto, comporta formazione matematica (*in primis*), formazione in didattica della matematica, formazione in storia ed epistemologia della matematica; lo abbiamo più volte ribadito. Ma tutto quanto abbiamo qui voluto evidenziare rientra in una capacità critica che deve diventare sensibilità del futuro docente. Solo questa sensibilità dovrebbe per sempre eliminare la corsa affannosa alla ricerca di una ricetta; e bandire per sempre dal mondo della scuola coloro che le propongono.

Ma la sensibilità non si può insegnare, dipende in modo specifico dalla personalità professionale del docente. Continuando nell'esempio della medicina, che ogni tanto proponiamo, tutti noi auspichiamo di avere a che fare con medici non solo competenti, ma anche sensibili.

Nota
Questo testo è il sunto di un articolo assai più ampio e completo:
D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2014). Illusioni, panacee, miti nell'insegnamento-apprendimento della matematica.

Riferimenti bibliografici

Boero P. (1986). Sul problema dei problemi aritmetici nella scuola elementare. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*. 9, 9, 48-93.

Brousseau G., D'Amore B. (2008). I tentativi di trasformare analisi di carattere meta in attività didattica. Dall'empirico al didattico. In: D'Amore B., Sbaragli F. (Eds.) (2008). *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la matematica. Castel San Pietro Terme (Bo), 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 3-14. ISBN: 88-371-1746-9.

Caldelli M. L., D'Amore B. (1986). *Idee per un laboratorio di matematica nella scuola dell'obbligo*. Firenze: La Nuova Italia.

Camici C., Cini A., Cottino L., Dal Corso E., D'Amore B., Ferrini A., Francini M., Maraldi A.M., Michelini C., Nobis G., Ponti A., Ricci M., Stella C. (2002). Uguale è un segno di relazione o un indicatore di procedura? *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 25, 3, 255-270.

D'Amore B. (1975). *La matematica inventata*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (1988). Il laboratorio di Matematica come fucina di idee e di pensiero produttivo. *L'educazione matematica*. 3, 41-51.

D'Amore B. (1990-1991). Imparare in laboratorio. *Riforma della scuola*. 4 puntate. I: 11, 1990, 42-43; II: Numeri e teoremi in camice bianco, 1/2, 1991, 51-53; III: Fare per saper pensare, 5, 1991, 37-40; IV: Filosofia e linguaggi del laboratorio, 9, 1991, 36-38. [Summary in: AA.VV. (1991). *Some italian contributions in the domain of the Psychology of Math. Ed.* Genova]. [Summary in: Barra M. et al. (1992). *The italian research in Mathematics Education: common roots and present trends*. ICME, Québec, August 1992. 129]. [Questo articolo è stato ristampato per intero in appendice a: D'Amore B., Picotti M. (1991). *Insegnare matematica negli anni novanta nella scuola media inferiore*. Milano.

D'Amore B. (1991). logica Logica LOGICA, la didattica della logica fra gli 8 ed i 15 anni. In: D'Amore B. (Ed.) (1991). *La Matematica fra gli 8 ed i 15 anni*. Bologna-Roma: Apeiron. 79-90.

D'Amore B. (1995). Uso spontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica. *La matematica e la sua didattica*. 3, 328-370. [Questo testo è stato pubblicato anche in: Jannamorelli B. (Ed.) (1995). *Lingue e linguaggi nella pratica didattica*. Atti del II Seminario Internazionale di Didattica della

Matematica, Sulmona 30-31marzo e 1 aprile 1995. Sulmona: Qualevita. 79-130].
D'Amore B. (2005). La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú (*nyaya*). *Uno*. [Barcellona, Spagna]. 38, 83-99. D'Amore B. (2005). Secondary school students' mathematical argumentation and Indian logic (nyaya). *For the learning of mathematics*. 25, 2, 26-32. D'Amore B. (2005). L'argomentazione matematica di allievi di scuola secondaria e la logica indiana (nyaya). *La matematica e la sua didattica*. 4, 481-500.
D'Amore B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digital Index.
D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Sbaragli S. (2008). *La didattica e le difficoltà in matematica*. Trento: Erickson. Pagg. 160. ISBN: 978-88-6137-238-2.
D'Amore B., Marazzani I. (Ed.) (2005). *Laboratorio di matematica nella scuola primaria. Attività per creare competenze*. Bologna: Pitagora.
D'Amore B., Marazzani I. (2011). Problemi e laboratori. Metodologie per l'apprendimento della matematica. Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Vol. 4. Bologna: Pitagora. ISBN: 88-371-1834-1.
Duval R. (1995a). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Peter Lang.
Duval R. (1995b). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? Actes de l'École d'été 1995. [Trad. it. in: *La matematica e la sua didattica*. 3, 1996, 250-269].

Keywords: tools for the teaching of mathematics, historical evolution of mathematics education, teacher training in mathematics
Parole chiave: strumenti per l'insegnamento della matematica, evoluzione storica della didattica della matematica, formazione dei docenti di matematica